

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès
CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| Questions à réponse précise, Partie A ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \frac{1+ai}{2a+(a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$	
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers na- turels pairs entre 0 et x ?	

Questions à réponse précise, Partie B

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de E : $A\Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_E^A$	
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	
Calculer $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	
Calculer $J = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x \, dx$	
Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^4 + 1} - (ax^2 + b) + \frac{1 - \cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$	
Calculer $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de \mathcal{C} définie par $ \pi - \arg(z) < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x+3y-5=0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	

Université Moulay Ismaïl
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès
CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

|| Questions à réponse précise, Partie A ||

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)	
Questions	Réponses
Trouver la période T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	$f(u+4\pi) = \sin\left(2\pi + \frac{u}{2}\right) + \cos(u+4\pi)$ $= f(u)$ $\Rightarrow T = 4\pi$
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	$S = \left\{ \frac{k\pi}{4} / k \in \mathbb{Z} \right\}$
Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $(1+i)^9 = a+ib$	$a=b=16$
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \frac{1+ai}{2a+(a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y) \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$	
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} , calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	$g'(u) = 4u f(u^2) f'(u) g(u)$
Soit $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ et soit $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	$f(E) = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - x + x $	$\max_{u \in [-1,1]} f(u) = 3$ $\min_{u \in [-1,1]} f(u) = 0$
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle \widehat{BAC} en radian	$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = 0,02$ $\Rightarrow \widehat{BAC} = 1,55 \text{ rad}$
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels pairs entre 0 et x ?	

Questions à réponse précise, Partie B

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E . On appelle différence symétrique de A et B , notée $A \Delta B$, le sous-ensemble de E : $A \Delta B = \{x \in A \cup B / x \notin A \cap B\}$. Calculer $A \Delta E$ et $A \Delta C_E^A$	<p>par définition</p> $A \Delta E = (A \cup E) \setminus (A \cap E) = E \setminus A = \bar{A}$ $A \Delta \bar{A} = (A \cup \bar{A}) \setminus (A \cap \bar{A}) = E \setminus \emptyset = E$
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	$AB = AC = BC = \frac{1}{3}$
Calculer $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - 2} dx$	$I = \sqrt{2} \ln(\sqrt{2} - 1)$
Calculer $J = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x \, dx$	$J = \frac{(-1)^n e^{-n\pi} (e^{-\pi} + 1)}{2}$
Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	$g \circ f = \begin{cases} 2x+7 & \text{si } x \in [0, +\infty[\\ x^2 & \text{si } x \in [-\sqrt{3}, 0[\\ 2x^2+3 & \text{si } x \in]-\infty, -\sqrt{3}] \end{cases}$
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^4+1} - (ax^2+b) + \frac{1-\cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 1$	
Calculer $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3 + 2x - 1 = 0$, calculer $X = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de \mathcal{C} définie par $ \pi - \arg(z) < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x+3y-5=0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^5 - 7X^4 - X^2 - 9X + 9$ par $X^2 - 5X + 4$	