CONCOURS D'ACCES EN 1ERE ANNEE DU CYCLE DE LA LICENCE PROFESSIONNELLE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

ANNEE UNIVERSITAIRE 2023/2024

Q1 : L'ensemble de définition de la fonction $f(x) = Arc\tan\left(\sqrt{\frac{1-\sin(x)}{1-\sin(x)}}\right)$ est :

(A) : $]-\infty\,;+\infty[$

(B) : $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi\ (k \in \mathbb{Z})\right\}$

(C) : $\mathbb{R} - \left\{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\ (k \in \mathbb{Z})\right\}$

(D) : $\left]-\infty, -\frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{2}, +\infty\right[$

Q2 : Considérons la fonction $f(x) = Arc\tan\left(1 - \sqrt[3]{x^2}\right)$.
La fonction $f^{-1}(x)$ est :

(A) : $f^{-1}(x) = \sqrt{(1-\tan(x))^3} \quad \forall x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right]$

(B) : $f^{-1}(x) = \sqrt{(1+\tan(x)^3)} \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right]$

(C) : $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{(1-\tan(x))} \quad \forall x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right]$

(D) : $f^{-1}(x) = \sqrt{(1-\tan(x))^3} \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right]$

Q3 : Soit f la fonction définie sur $]1\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x\ln(x)}}$, et (C) sa courbe dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. Le volume V du solide de révolution engendré par la rotation de la courbe (C) sur le segment$[e; e^2]$, un tour complet autour de l'axe des abscisses, est :

(A) : $V = \pi\ln(2)\ cm^3$

(B): $V = 0{,}7\ cm^3$

(C) : $V = \pi\ln(\pi)\ cm^3$

(D) : $V = 2{,}5\ cm^3$

Q4 : Considérons la fonction $f(x) = x\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$.
La dérivée de cette fonction est :

(A) : $f'(x) = \frac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

(B) : $f'(x) = \frac{e^{4x}+1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

(C) : $f'(x) = \frac{e^{4x}-1-4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

(D) : $f'(x) = \frac{e^{4x}-1+4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

Q5 : L'ensemble des solutions de l'inégalité suivante

$$4^x - 3{,}2^x + 2 \geq 0$$

est :

(A) : $S =]-\infty; 0] \cup]1; +\infty[$

(B) : $S =]-\infty; 0[\cup [1; +\infty[$

(C) : $S =]-\infty; 0] \cup [1; +\infty[$

(D) : $S =]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$

Q6 : La valeur de la limite

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}\ ln(cos(x))\right)$$

est :

(A) : 0

(B) : $-\frac{1}{3}$

(C) : $-\frac{1}{2}$

(D) : $-\ln(2)$

Q7 : La valeur de la limite

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x-\sin(x)}{x^3}\right)$$

est :

(A) : $+\infty$

(B): $\frac{1}{3}$

(C) : $\frac{1}{6}$

(D) : 0

Q8 : Considérons la suite numérique a_n définie par

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{\pi}{2} \\ a_{n+1} = \left(1 - \dfrac{1}{n}\right)a_n + \dfrac{1}{n}\sin(a_n) \end{cases} ; n \in \mathbb{N}^*$$

La suite a_n est donc :

(A) : $0 < a_n < \frac{\pi}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

(B) : $0 < a_n \leq \frac{\pi}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

(C) : $0 \leq a_n < \frac{\pi}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

(D) : $0 \leq a_n \leq \frac{\pi}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Q9 : L'ensemble des solutions de l'équation

$$Arc\ tan(x) + Arc\tan(x-1) = \frac{\pi}{2}$$

est :

(A) : $S = \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

(B) : $S = \left\{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

(C) : $S = \left\{-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

(D) : $S = \left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$

Q10 : L'ensemble des solutions de l'équation

$$\left(\sqrt{x}\right)^x = x^{\sqrt{x}}$$

est :

(A) : $S = \{1; 4\}$

(B) : $S = \{4\}$

(C) : $S = \{1\}$

(D) : $S = \{1; 2\}$

AB

Q11 : Le nombre

$$C = \ln(21) + 2\ln(14) - 3\ln(0{,}875)$$

est égal à :

(A) : $11\ln(2) - \ln(3)$
(B) : $\ln(3) - 11\ln(2)$
(C) : $11\ln(2) + \ln(3)$
(D) : $-11\ln(2) - \ln(3)$

Q12 : $\forall\,(Z_1, Z_2) \in \mathbb{C}^2$

La somme $\left(|Z_1^2| + |Z_2^2|\right)$ est égale à :

(A) : $\frac{1}{2}(|Z_1 + Z_2|^2 + |Z_1 - Z_2|^2)$
(B) : $|Z_1 + Z_2|^2 + |Z_1 - Z_2|^2$
(C) : $\frac{1}{2}|Z_1 + Z_2|^2 + \overline{|Z_1 - Z_2|}^2$
(D) : $\frac{1}{2}|Z_1 + Z_2|^2 + |Z_1 - Z_2|^2$

Q13 : La forme trigonométrique du nombre

$$Z = \left(\frac{1}{3} - \sqrt{3} - \frac{1 - 2\sqrt{3}}{2}\,i\right)^{2008}$$

est :

(A) : $Z = \left(\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{6}}{2}\right)^{2008}(\cos(0) - i\,sin(0))$
(B) : $Z = \left(\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{6}}{2}\right)^{2008}(\cos(0) + i\,sin(0))$
(C) : $Z = \left(\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{6}}{2}(\cos(0) - i\,sin(0))\right)^{2008}$
(D) : $Z = \left(\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{6}}{2}(\cos(0) + i\,sin(0))\right)^{2008}$

Q14 : La valeur de l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\ln(1 + \cos(x))\;dx$$

est :

(A) : $I = \pi - 1$
(B) : $I = \pi + 1$
(C) : $I = \frac{\pi}{2} - 1$
(D) : $I = \frac{\pi}{2} + 1$

Q15 : Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^{2n+1}(x)}$$

Donc le produit $2n\,I_n$ en fonction de I_{n-1} est :

(A) : $2n\,I_n = (2n-1)I_{n-1} + \frac{2^{n-1}}{\sqrt{2}}$
(B) : $2n\,I_n = (2n-1)I_{n-1} + \frac{2^{n}}{\sqrt{2}}$
(C) : $2n\,I_n = (2n-1)I_{n-1} + \frac{2^{n+1}}{\sqrt{2}}$
(D) : $2n\,I_n = (2n-1)I_{n-1} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

Q16 : La primitive de la fonction

$$f(x) = (x^2 - 2x)e^{x^3 - 3x^2}$$

sur $\mathbb{R}$ est :

(A) : $F(x) = \frac{1}{1+e^{x^2}}$
(B) : $F(x) = \frac{1}{1+e^{-x^2}}$
(C) : $F(x) = \frac{1}{1+e^{x}}$
(D) : $F(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$

Q17 : Considérons l'équation différentielle

$$(E): y'' + 2y' + 5y = 0$$

Les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions définies par :

(A) : $e^{-x}(\alpha\cos(2x) + \beta\sin(2x)), avec\ (\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$
(B) : $e^{-x}(\alpha\cos(2x) - \beta\sin(2x)), avec\ (\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$
(C) : $e^{x}(\alpha\cos(2x) + \beta\sin(2x)), avec\ (\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$
(D) : $e^{-x}(\alpha\cos(x) + \beta\sin(x)), avec\ (\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$

Q18 : Une classe compte 20 élèves : 12 filles et 8 garcons. On veut choisir trois élèves pour former un groupe de responsables de la classe.
Le nombre de groupes formés de trois filles est :

(A) : 220
(B) : 920
(C) : 1140
(D) : 528

Q19 : La distance du point $A(3\,;-2\,;-1)$ au plan (P) défini par l'équation $x - 4y + 6 = 0$ est :

(A) : 17
(B) : $\frac{\sqrt{17}}{17}$
(C) : $\sqrt{17}$
(D) : $2\sqrt{17}$

Q20 : Une équation cartésienne du plan (Q) passant par le point $A(0\,;3\,;-1)$ et parallèle au plan (P) défini par l'équation $x - 3z + 5 = 0$ est :

(A) : $x - 3z - 3 = 0$
(B) : $x + 3z - 3 = 0$
(C) : $x - 3z + 3 = 0$
(D) : $x + 3z + 3 = 0$